

Corrigé

Détente de Joule ou Gay-Lussac

1. Il n'y a pas de travail mécanique, car la pression opposée au gaz est nulle lorsqu'on ouvre le robinet (enceinte sous vide, donc pas de pression : $p_{ext} = 0$). Donc $W = 0$. Et puisque l'enceinte est adiabatique : $Q = 0$.
2. $\Delta U = W + Q = 0$
3. $\Delta U = C_V \Delta T$, et donc $\Delta T = 0$ (on a un gaz parfait). La transformation est isotherme. $P_f = P_1 \frac{V_1}{V_1 + V_2}$.
4. Dans la détente de Gay-Lussac, le gaz est initialement intégralement dans la première enceinte. Sachant que le système total est isolé, il ne peut pas échanger de chaleur (et donc d'entropie) avec l'extérieur. Sa variation d'entropie au cours de la détente vaut donc : $\Delta S = S_{int}$. On a ainsi production d'entropie interne : la détente de Gay-Lussac est irréversible. On constante de plus qu'il nous suffit de calculer ΔS pour obtenir S_{int} . Puisque l'entropie est une variable d'état, sa variation entre deux points ne dépend pas du chemin parcouru. Pour déterminer ΔS , on considère donc une transformation réversible (c'est-à-dire sans production d'entropie interne) entre les états (P_1, V_1, T_1) et $(P_2, V_1 + V_2, T_2)$, avec T_2 et P_2 température et pression finales à déterminer. On notera ΔS^{rev} la variation d'entropie le long de la transformation réversible. Comme $\Delta T = 0$, la transformation réversible se fait à température constante, d'où :

$$dS^{rev} = \delta S_{ext}^{rev} = \frac{\delta Q^{rev}}{T_1} = \frac{-\delta W^{rev}}{T_1} = \frac{PdV}{T_1},$$

avec $P = P_1 V_1 / V$ du fait que la température est constante. On trouve ΔS^{rev} en intégrant l'expression ci-dessus :

$$\Delta S^{rev} = \int_1^2 dS^{rev} = \int_{V_1}^{V_1 + V_2} \frac{PdV}{T_1} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \int_{V_1}^{V_1 + V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right).$$

Or, sachant que la variation d'entropie entre deux états ne dépend pas du chemin parcouru, on a $\Delta S = \Delta S^{rev}$, et donc :

$$S_{int} = \Delta S^{rev} = nR \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) > 0.$$

On aurait pu obtenir le même résultat en utilisant la relation générale vue en cours pour la variation d'entropie d'un gaz parfait entre deux états A et B :

$$\Delta S_{A \rightarrow B} = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) + nc_{V,m} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right),$$

où $c_{V,m} = R/(\gamma - 1)$ dénote la chaleur spécifique du gaz à volume constant. On a ici $V_A = V_1$, $V_B = V_1 + V_2$ et $T_A = T_B = \text{cste}$, d'où

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) > 0.$$

5. La transformation est irréversible.
6. $\Delta S = 0.54 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$.